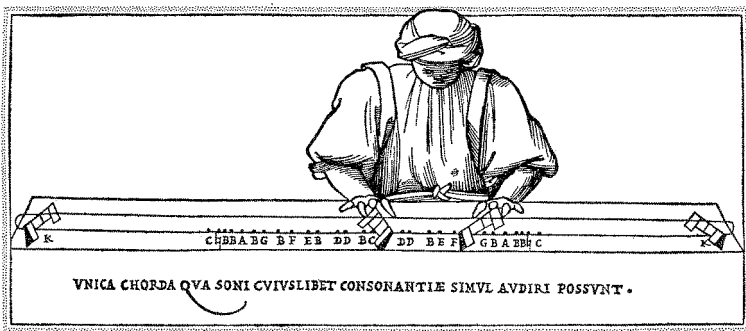


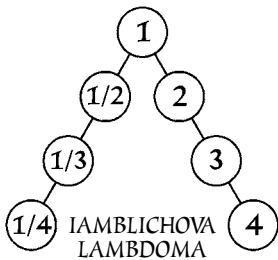
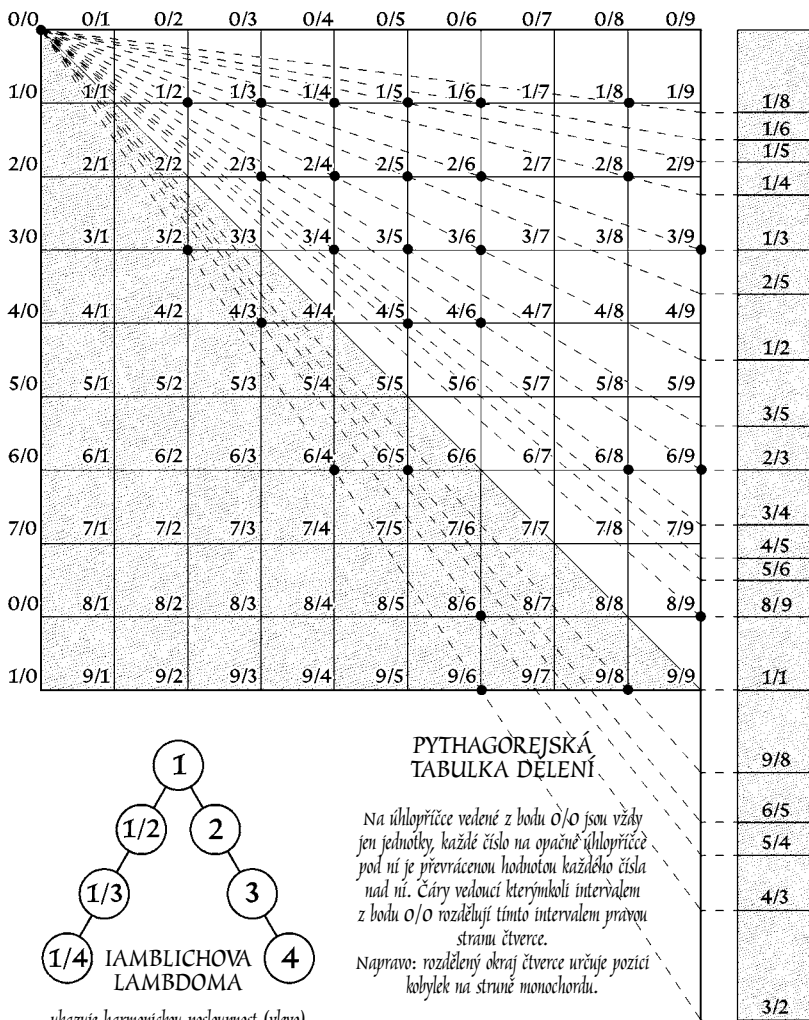
PYTHAGOREJSKÉ TABULKY

číslo, hudba, geometrie

Pythagorejská tabulka dělení (*naproti*) je obdobou tabulky zvané násobilka, kterou znají všichni školáci (v Itálii se jí stále říká pythagorejská tabulka). Zatímco násobilka ukazuje všechny kombinace násobení seřazených celých čísel, tabulka dělení zobrazuje všechny kombinace jejich dělení. Znovuobjevil ji Albert von Thimus (1806–1878) v jednom komentáři filozofa Iamblich (245–325 n. l.) a později dál rozpracoval Hans Kayser; je to numerická obdoba našeho „diagramu“.

Každé číslo na úhlopříčce z levého horního do pravého dolního rohu je jedna (v násobilce jsou tam druhé mocniny). Všechna čísla nad touto úhlopříčkou na úhlopříčce k ní kolmé jsou postupně převrácenými hodnotami čísel pod ní. Čísla na svislých čarách ukazují posloupnosti aritmetických průměrů. Na vodorovných liniích jsou posloupnosti harmonických průměrů. Chceme-li rozdělit pravý okraj tabulky jakýmkoli celočíselným poměrem čili hudebním intervalem, vedeme požadovaným intervalem čáru z bodu 0/0. Tato metoda se používá k rozmístění kobylek na monochordu (*dole*), zvaném rovněž kánon (*řecky „norma“*).





IAMBlichOVA
LAMBDOMA

ukazuje harmonickou posloupnost (vlevo)
a aritmetickou posloupnost (vpravo).

PYTHAGOREJSKÁ TABULKA DĚLENÍ

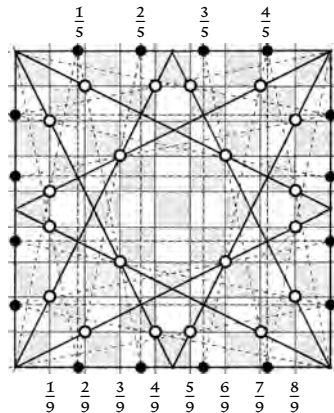
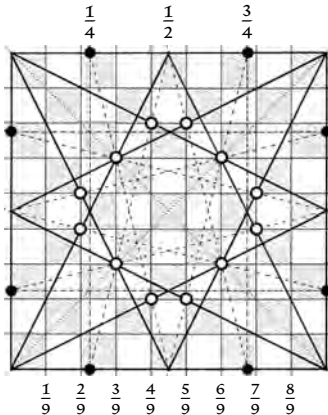
Na úhlopříčce vedené z bodu 0/0 jsou vždy jen jednotky, každé číslo na opačné úhlopříčce pod ní je převrácenou hodnotou každého čísla nad ní. Čáry vedoucí kterýmkoli intervalem z bodu 0/0 rozdělují tímto intervalem pravou stranu čtverce.

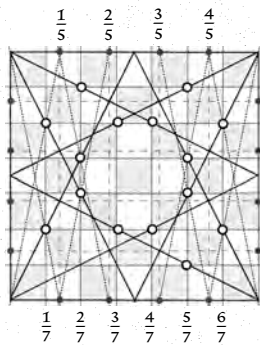
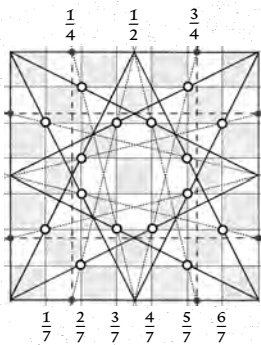
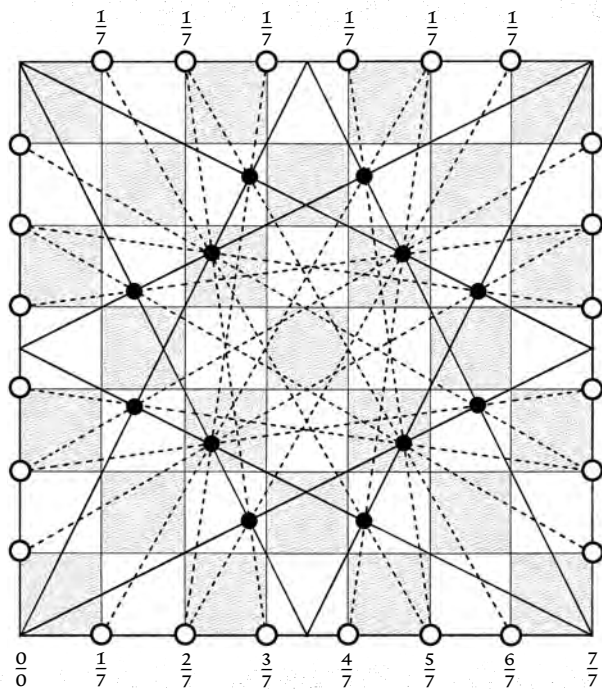
Napravo: rozdělený okraj čtverce určuje pozici kobylek na straně monochordu.

SEDMINY a devítiny

Chceme-li rozdělit stranu čtverce či obdélníku na sedminy, rýsujeme v „diagramu“ spojnice vždy mezi jedním uzlem pětiny a uzlem třetiny (viz *naproti nahoře*). Jiným způsobem lze sedminy nalézt tak, že vedeme přímkami mezi body čtvrtin k protějším bodům polovin a vyznačíme místa, kde protínají subdiagonály (*naproti vlevo dole*). Další metodou je rozdělit strany čtverce na pětiny a vést úhlopříčky od každé pětiny k další pětince na opačné straně; sedminy najdeme tam, kde tyto linie protnou subdiagonály (*naproti vpravo dole*). Západní hudba struny na sedminy nerozděluje a ve svých harmoniích násobky sedmi (7limitové ladění) nevyužívá, ty se ale používají v arabském melodickém systému *makám*.

Rozdělení na devítiny používá opět úhlopříčky od čtvrtin k polovinám a vybírá druhý průsečík; lze je také najít pomocí úhlopříček mezi pětinaми a výběrem prvního průsečíku (*dole vlevo a vpravo*).





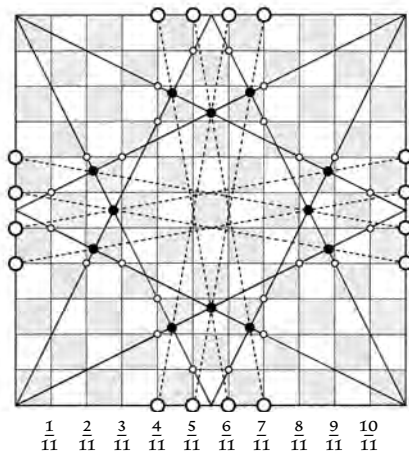
JEDENÁCTINY

Země, Měsíc a pí

„Diagram“ se dělí na jedenáctiny elegantním způsobem – pomocí uzlů pro pětiny a protějšších uzlů pro poloviny (*dole*). Intervaly založené na jedenáctinách (čili 11limitové ladění) se v hudbě obvykle neobjevují, pozoruhodnou výjimkou jsou ale kompozice pythagorejského teoretika a tvůrce experimentálních hudebních nástrojů Harryho Partche (1901–1974).

Kresba na protějšší stránce podle předlohy Johna Michella ukazuje pozoruhodnou spojitost mezi průměrem Země (velikost 11) a Měsíce (velikost 3) ve spojení s trojúhelníky 3–4–5 (*na obrázku jeden zakreslen*). Tato konstrukce rovněž řeší starověkou hádanku, jak sestavit čtverec a kruh o tomtéž obvodu, a ukazuje, že Velká pyramida v Gíze s poměrem strany a výšky 11 : 7 (440 × 280 egyptských královských loktů) podobným způsobem sjednocuje čtverec a kruh.

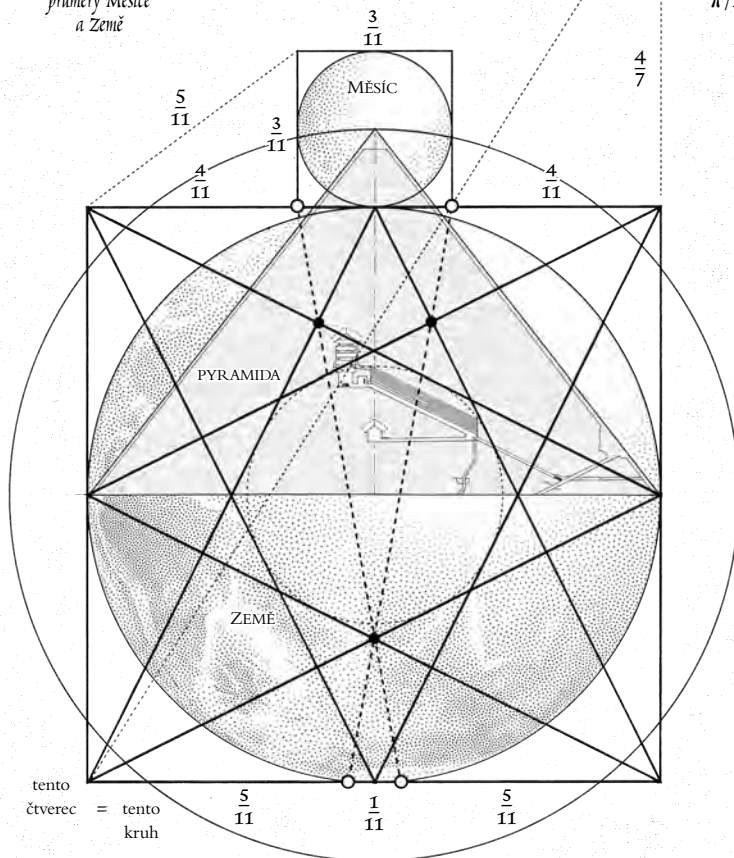
Délku 11/7 snadno zakreslíme pomocí převrácených hodnot vzájemně kolmých stran (*s. 33*). Jelikož strana čtverce je 1, přímkou vedenou ze spodního rohu čtverce bodem 7/11 (kde se dotýká čtverec Země se spodními vrcholy čtverce Měsíce) prodloužíme do bodu, v němž vytvoří pravoúhlý trojúhelník, jehož delší odvěsna má výšku 11/7.



trojúhelníky
3-4-5 propojují
průměry Měsíce
a Země

JAK UDĚLAT ZE ČTVERCE KRUŽNICI.

11/7 strany
čtverce čili
 $\pi/2$



TŘINÁCTINY A DÁL

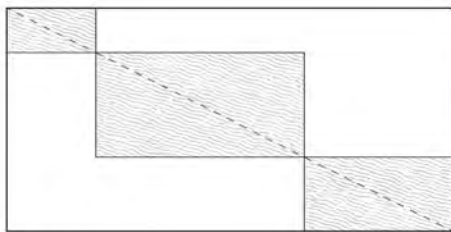
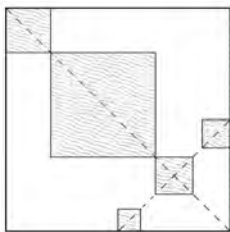
proč to všechno funguje

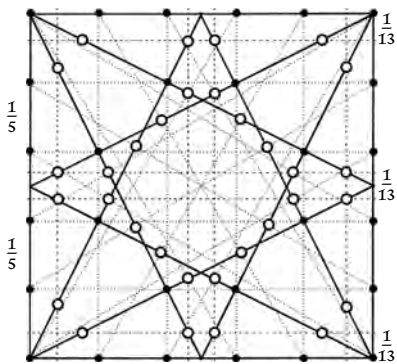
V „diagramu“ můžeme nalézt kterýkoli zlomek. Zde je ukázka metody pro nalezení třináctin (*naproti vlevo nahoře*) a jiné techniky pro hledání sedmnáctin (*naproti vpravo nahoře*). Jak to, že to ale funguje?

Půlení a zdvojnásobování se opírá o princip, který říká, že podobné obdélníky mohou sdílet tutéž úhlopříčku (*dole*). Přímka vedená rovnoběžně s čtvercovým okrajem „diagramu“ protíná šest subdiagonál a každý tento průsečík určuje krátkou nebo dlouhou stranu malého obdélníku ze dvou čtverců, který protíná linie „diagramu“ a dělí jej na poloviny a další a další poloviny až donekonečna (*naproti dole*).

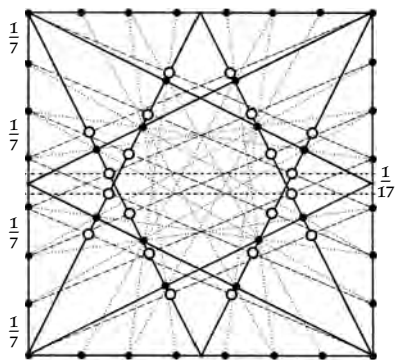
Už jsme viděli, že třetiny, čtvrtiny a pětiny vznikají protnutím dvou subdiagonál a že je možné je dál a dál půlit. Všechny další zlomky pak můžeme najít protnutím diagonál z uzlů předešlých zlomků, jak jsme to viděli u jedenáctin, třináctin a sedmnáctin. Je to jeden ze způsobů nalézání zlomků Fareyovy posloupnosti (*viz s. 52*).

K vyhledání dalších zlomků pomocí „diagramu“ použijeme harmonický průměr subdiagonály, tedy $1/2$, a bodu, kde druhá úhlopříčka (vzniklá propojením dalších zlomků) protíná stranu čtverce. Kupříkladu harmonický průměr $1/2$ a $4/5$ je $8/13$, průměr $1/2$ a $5/7$ je $10/17$.

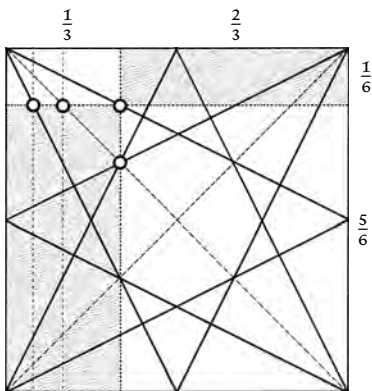




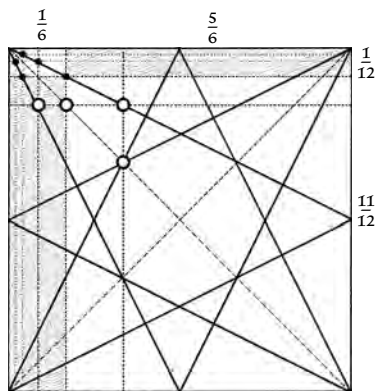
Dělení na třináctiny (bílé kroužky) nalezené tam, kde „diagram“ protínají úhlopříčky 5 : 3 mezi pětinnovými děleními protějších stran čtverce (černé kroužky).



Dělení na sedmáctiny (bílé kroužky) nalezené úhlopříčkami 4 : 7 vedenými mezi sedmínovými děleními (černé kroužky) strany čtverce tam, kde protínají „diagram“.



Přirozená výšící vlastnost „Diagramu“: rovnoběžná čára dělicí čtverec v jakémkoli poměru (na obrázku na třetiny) protne subdiagonálu v bodě, který pro sousední stranu určuje polovinu tohoto poměru.



Pokračování výšícího postupu: rovnoběžná čára vedená nově rozptleným intervalem protne další subdiagonálu a vyznačí na ní další rozptlení. Takto lze postupovat donekonečna.

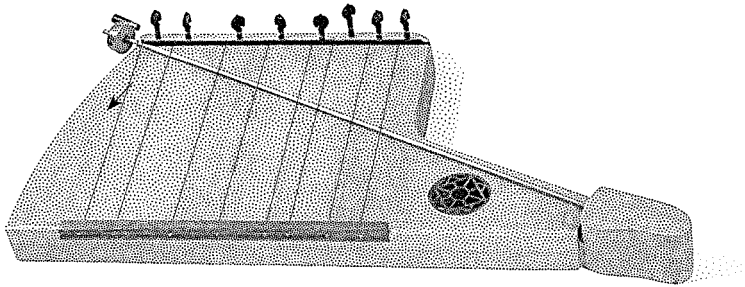
HELIKÓN

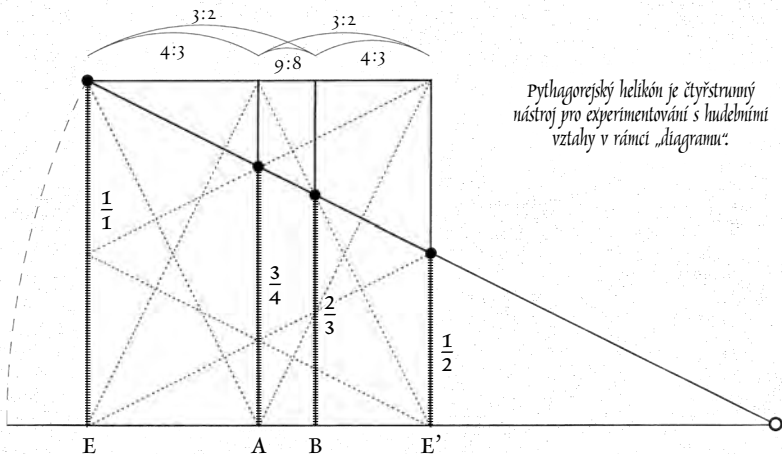
hora Múz

Pythagorejský hudební nástroj helikón dostal název podle hory Helikónu, „zřídla inspirace“, kde se podle Hésioda Múzy „pustily v reje ladné, něhyplné“ (*viz frontispis*). Jeho fungování se řídí „diagramem“ – struny jsou umístěny na uzlech pro poloviny a třetiny a posuvná kobyłka hraje roli subdiagonály (*naproti nahore*). Tento starověký nástroj lze přesně přeladit do jakékoli tóniny pouhým přesunutím kobyłky, což je výhoda, kterou disponuje jen málokterý z hudebních nástrojů.

Velký astronom Ptolemaios (cca 100 – cca 170 n. l.) napsal malou knížku o harmoniích, v níž podává popis helikónu a předkládá jeho upravenou verzi s osmi strunami namísto čtyř (*dole a naproti nahore*). Poté srovnává působení harmonických intervalů a tónů s praxí soudů, rozdělením zvěrokruhu a změnami nálad lidské duše.

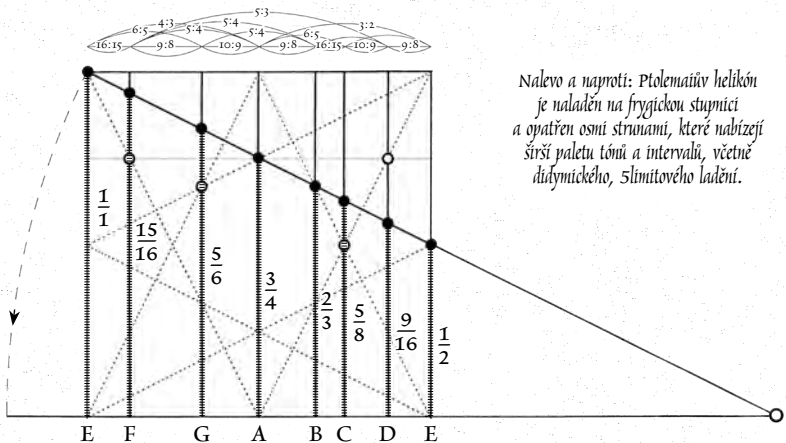
„Diagram“ je tedy vedle geometrie hluboce zakotven ve starověkých myšlenkách o inspiraci, obrazotvornosti a hudbě.





Pythagorejský helikón je čtyřstrunný nástroj pro experimentování s hudebními vztahy v rámci „diagramu“.

Čtyřstrunný helikón je zjevně založen na těžce geometrii jako „diagram“, jehož uzly určují délky a pozice strun a posuvná kobylika sdílí jednu z jeho subdiagonál.



Nalevo a naproti: Ptolemaiov helikón je naladěn na frygickou stupnici a opatřen osmi strunami, které nabízejí širší paletu tónů a intervalů, včetně diuzymického, 5limitového ladění.